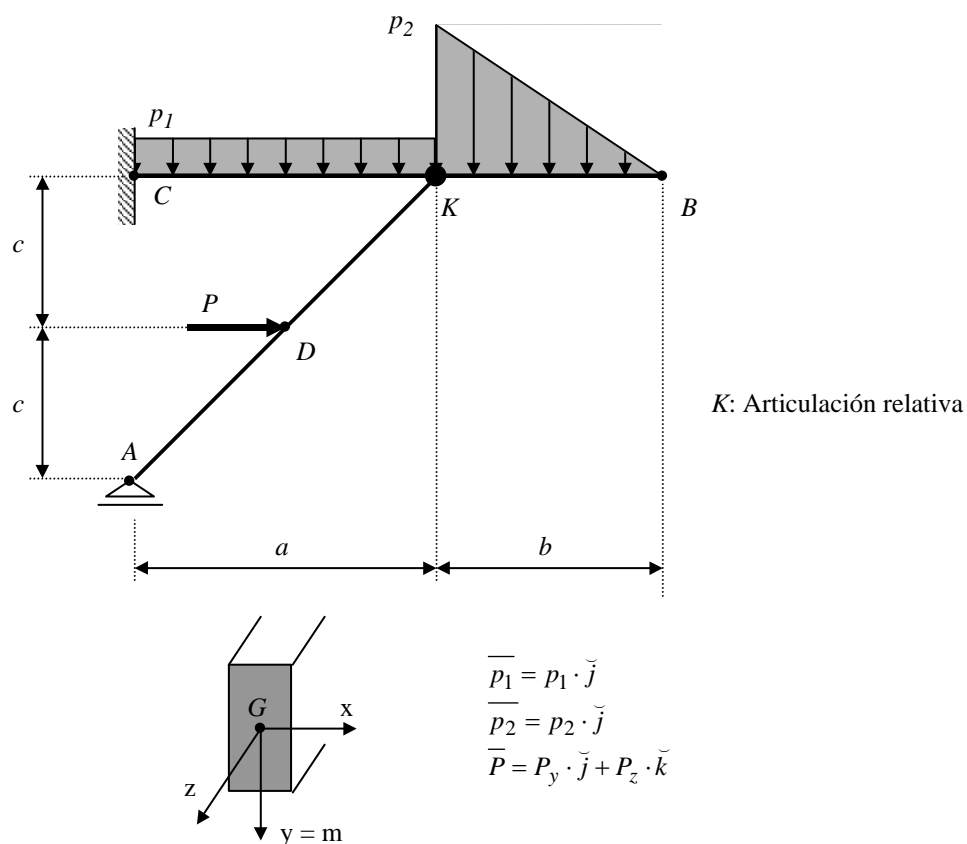


Ejercicio N° 5- Enunciado

Dado el sistema vinculado que se observa en la figura 5.1 y cuyos datos se indican en la tabla 5.1.



La línea de fuerzas m coincide con el eje y de la terna local, ubicada en la cara derecha. El sentido de las cargas también está referido a dicha terna.

Figura 5.1

a	b	c	P	p_1	p_2
m	m	m	kN	kN/m	kN/m
4	3	2	50	5	20

Tabla 5.1

Se solicita:

1. Trazar los diagramas de esfuerzos característicos

Ejercicio N° 5- Resolución**1. Trazado de los diagramas de esfuerzos característicos**

Antes de trazar los diagramas, debe realizarse un análisis del sistema, y luego calcular las reacciones de vínculo.

a) Análisis cinemático

El sistema está constituido por una barra horizontal $[S_2]$, vinculada con otra inclinada $[S_1]$, por medio de la articulación relativa en K . Dicho sistema articulado posee cuatro grados de libertad, al cual se le han impuesto cuatro condiciones de vínculo externo. En consecuencia, se encuentra isostáticamente sustentado, siendo el problema estáticamente determinado.

Por otra parte, no existe configuración de vínculo aparente, pues la normal a la base del apoyo móvil no pasa por la articulación K .

b) Cálculo de las reacciones de vínculo

Debe realizarse el diagrama de cuerpo libre, mostrado en la figura 5.2, asignando a las tres incógnitas sentidos arbitrarios. Luego se plantean las tres ecuaciones generales de equilibrio, más una ecuación de nulidad de momentos de las fuerzas que quedan debajo de la articulación K , en la barra inclinada $[S_1]$.

Se toma como referencia la denominada “terna global”, donde el eje x es normal al plano yz .

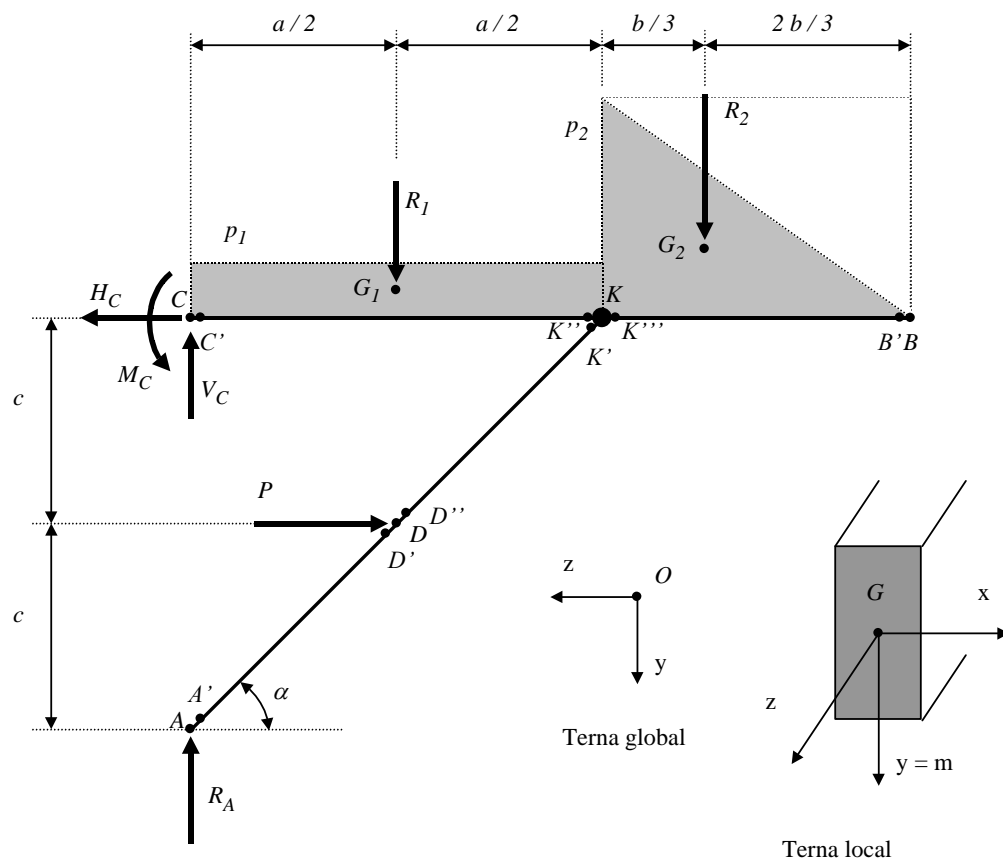


Figura 5.2

<i>Cátedra: Ing. José Luis Tavorro</i>	<i>TP 6</i>	<i>5/3</i>
--	-------------	------------

Siendo:

$$R_1 = p_1 \cdot a = 5 \cdot 4 = 20 \cdot kN$$

$$R_2 = p_2 \cdot \frac{b}{2} = 20 \cdot \frac{3}{2} = 30 \cdot kN$$

Planteo de las ecuaciones de equilibrio y cálculo de las incógnitas:

Planteando, en primer lugar la primera ecuación de condición:

$$\sum_i M_{ix}^K [s1] = 0$$

$$R_A \cdot a - P \cdot c = 0$$

$$R_A = \frac{P \cdot c}{a}$$

$$R_A = \frac{50 \cdot 2}{4}$$

$$\mathbf{R_A = 25 \cdot kN}$$

Planteando, luego, las tres restantes:

$$\sum_i P_{iz} = 0$$

$$-P + H_C = 0$$

$$H_C = P$$

$$\mathbf{H_C = 50 \cdot kN}$$

$$\sum_i P_{iy} = 0$$

$$-R_A + R_1 + R_2 - V_C = 0$$

$$V_C = R_1 + R_2 - R_A$$

$$V_C = 20 + 30 - 25$$

$$\mathbf{V_C = 25 \cdot kN}$$

$$\sum_i M_{ix}^A = 0$$

$$-M_C - P \cdot c + R_1 \cdot \frac{a}{2} + R_2 \cdot \left(\frac{b}{3} + a \right) = 0$$

$$M_C = -50 \cdot 2 + 20 \cdot \frac{4}{2} + 30 \cdot \left(\frac{3}{3} + 4 \right) = 0$$

$$\mathbf{M_C = 90 \cdot kN \cdot m}$$

Siendo los valores obtenidos de las incógnitas positivos significa que los sentidos adoptados arbitrariamente coinciden con los reales.

c) Trazado de los diagramas

Como cálculos auxiliares para su trazado, antes deben realizarse los pasos 1.1 a 1.3.

1.1. Cálculo de los esfuerzos de corte Q_{zy} en los puntos singulares

$$Q_{zy}(A') = -R_A \cdot \cos(\alpha) = -25 \cdot \cos(45^\circ) = -17,68 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(D') = Q_{zy}(A') = -17,68 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(D'') = Q_{zy}(D') + P \cdot \sin(\alpha) = -17,68 + 50 \cdot \sin(45^\circ) = 17,68 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(K') = Q_{zy}(D'') = 17,68 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(C') = -V_C = -25 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(K'') = Q_{zy}(C') + R_1 = -25 + 20 = -5 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(K''') = Q_{zy}(K'') - R_A = -5 - 25 = -30 \cdot kN$$

$$Q_{zy}(B') = Q_{zy}(K''') + R_2 = -30 + 30 = 0 \cdot kN$$

Verificándose que $Q_{zy}(B')$ es igual a cero, pues a la derecha de dicho punto no existe ninguna fuerza.

1.2. Cálculo de los momentos flexores Mf_x en los puntos singulares

$$Mf_x(A) = 0 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_x(D) = R_A \cdot \frac{a}{2} = 25 \cdot \frac{4}{2} = 50 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_x(K') = R_A \cdot a - P \cdot c = 25 \cdot 4 - 50 \cdot 2 = 0 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_x(C) = -M_C = -90 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_x(K'') = -M_C + V_C \cdot a - R_1 \cdot \frac{a}{2} = -90 + 25 \cdot 4 - 20 \cdot \frac{4}{2} = -30 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_x(K''') = Mf_x(K'') = -30 \cdot kN \cdot m$$

$$Mf_x(B') = 0 \cdot kN \cdot m$$

Como verificación:

$$Mf_x(B) = -M_C + V_C \cdot (a + b) - R_1 \cdot \left(\frac{a}{2} + b\right) + R_A \cdot (a + b) - P \cdot c - R_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot b$$

$$Mf_x(B) = -90 + 25 \cdot (4 + 3) - 20 \cdot \left(\frac{4}{2} + 3\right) + 25 \cdot (4 + 3) - 50 \cdot 2 - 30 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3$$

$$Mf_x(B) = -90 + 175 - 100 + 175 - 100 - 60$$

$$Mf_x(B) = 0 \cdot kN \cdot m$$

Por lo tanto, se verifica.

1.3. Cálculo de los esfuerzos normales N_z en los puntos singulares

$$N_{z(A')} = -R_A \cdot \sin(\alpha) = -25 \cdot \sin(45^\circ) = -17,68 \cdot kN$$

$$N_{z(D')} = N_{z(A')} = -17,68 \cdot kN$$

$$N_{z(D'')} = N_{z(D')} - P \cdot \cos(\alpha) = -17,68 - 50 \cdot \cos(45^\circ) = -53,04 \cdot kN$$

$$N_{z(K')} = N_{z(D'')} = -53,04 \cdot kN$$

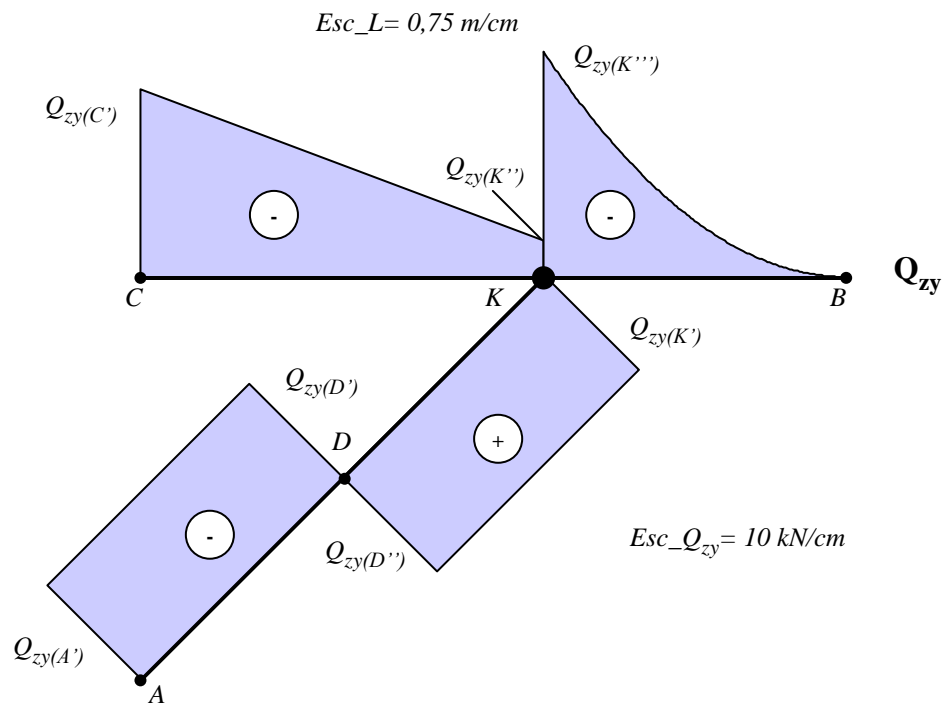
$$N_{z(C)} = H_C = 50 \cdot kN$$

$$N_{z(K'')} = N_{z(C)} = 50 \cdot kN$$

$$N_{z(K''')} = N_{z(K'')} - P = 0 \cdot kN$$

$$N_{z(B')} = N_{z(K''')} = 0 \cdot kN$$

En la figura 5.3 se trazan los diagramas de esfuerzos característicos:



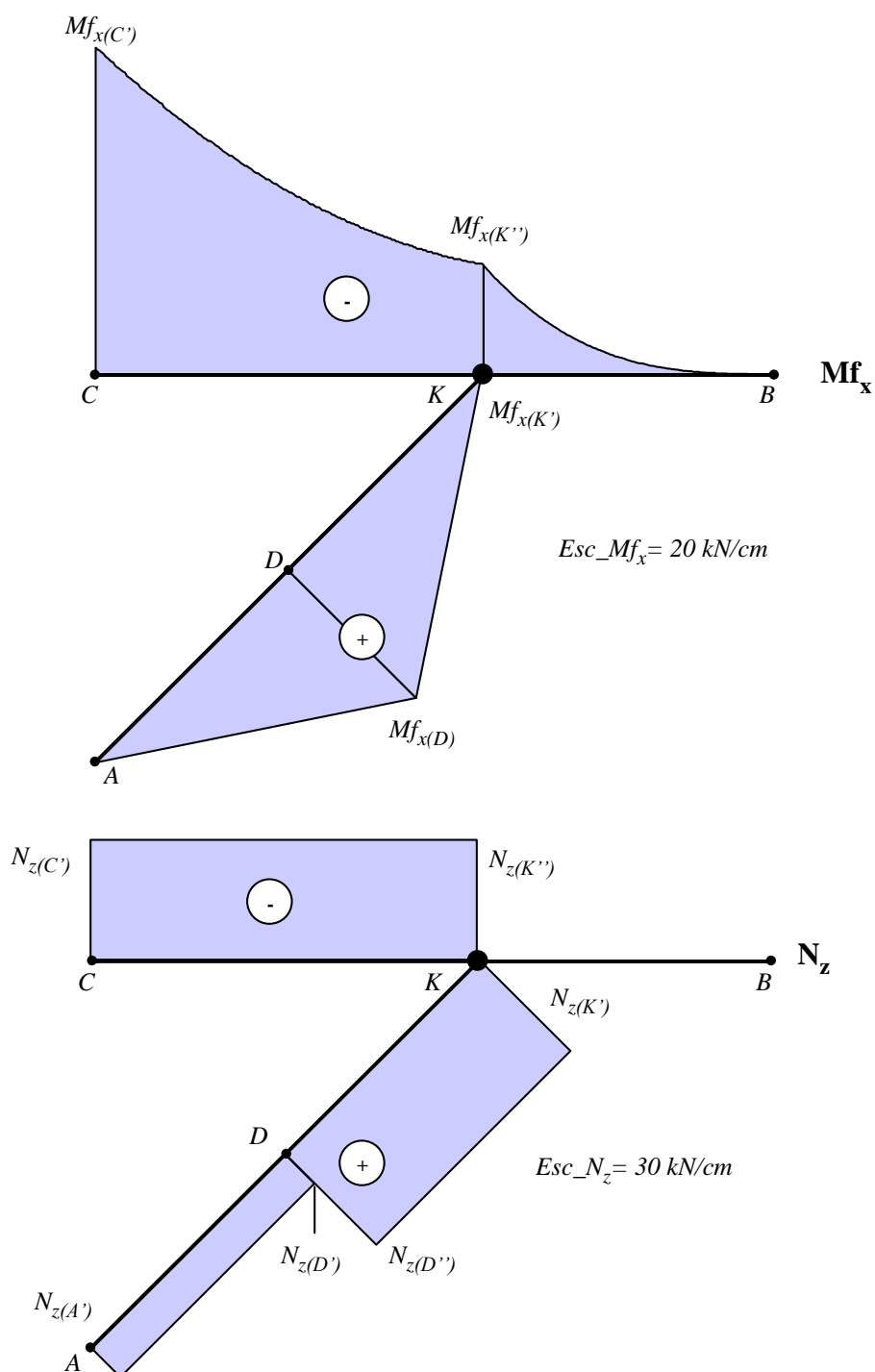


Figura 5.3